

Title	或定積分ニ就イテ
Author(s)	松村, 宗治
Citation	全国紙上数学談話会. 163 p.351-p.354
Issue Date	1938-08-18
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74643
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

714. 或定積分=就イテ

松 村 宗 治 (台北大)

又ハ複素数, t ハ實変数=シテ $g(t)$ ハ正ノ實函数=シテ $0 \leq t \leq \infty$ ノ範囲内ヲ定義サルルモノ=シテ有限確定値ヲ有シ且ツ同シ範囲内ニ於テハ積分可能ナルモノトス, 而シテ

$$f(z) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-zt} dt$$

ナル函数 $f(z)$ ヲ考ヘ $f(z)$ ガ z 平面内ノ z 軸ノ右方ノ半平面内ニ於テ

$$|f(x)| \leq 1$$

ナルタメノ十分條件ハ

$$T(t, x) \equiv \frac{\int_0^t \left[\int_0^t g(t) e^{-zt} dt \right] dt}{\int_0^t dt}$$

ナル $T(t, 0)$ ヲ考フルトキ $= |T| \leq 1$ ナルコトガ $t \geq 0$
ナルスベテノ t = 向ッテ成立スルコトデアアル。上ノ証明ハ次
ノ様デアアル。

$$\text{先ヅ } I = \int_0^\infty e^{-rt} dt \cdot \int_0^\infty e^{-rt} dt \int_0^\infty g(t) e^{-rt} dt \text{ ヲ考}$$

ヘコレヲ東北數學雜誌 (1920年6月号) = 於ケル小島鉄
藏博士ノ論文: Theorems on convergent Inte-
grals. = 於ケル

$$\int_0^\infty f(x) dx \cdot \int_0^\infty g(x) dx = \int_0^\infty \left(\int_0^t g(t-s) f(s) ds \right) dt$$

ナル定理 = 當テ填メテ計算セントス。但シ r ハ z ノ絶対
値ヲ示ス。

然ルトキハ

$$\begin{aligned} I &= \int_0^\infty e^{-rt} dt \left\{ \int_0^\infty \left(\int_0^t e^{-r(t-s)} g(s) e^{-rs} ds \right) dt \right\} \\ &= \int_0^\infty e^{-rt} dt \left\{ \int_0^\infty \left(\int_0^t g(s) e^{-rt} ds \right) dt \right\} \\ &= \int_0^\infty e^{-rt} dt \left\{ \int_0^\infty e^{-rt} \left(\int_0^t g(s) ds \right) dt \right\} \\ &= \int_0^\infty \left[\int_0^t \left\{ e^{-r(t-s)} e^{-rs} \int_0^s g(t) dt \right\} ds \right] dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^{\infty} \left[\int_0^t \left\{ e^{-rt} \int_0^s g(t) dt \right\} ds \right] dt \\
&= \int_0^{\infty} \left[e^{-rt} \int_0^t \left(\int_0^s g(t) dt \right) ds \right] dt \\
&= \int_0^{\infty} \left[e^{-rt} \int_0^t \left(\int_0^t g(t) dt \right) dt \right] dt \\
&= \int_0^{\infty} \left[e^{-rt} t \cdot T(t, 0) \right] dt
\end{aligned}$$

トナリ、マタ一方ニ於テ

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} e^{-rt} dt \int_0^{\infty} e^{-rt} dt &= \int_0^{\infty} \left(\int_0^t e^{-r(t-s)} e^{-rs} ds \right) dt \\
&= \int_0^{\infty} \left(\int_0^t e^{-rt} ds \right) dt \\
&= \int_0^{\infty} e^{-rt} \left(\int_0^t ds \right) dt \\
&= \int_0^{\infty} t \cdot e^{-rt} dt
\end{aligned}$$

即チ I ノ 値ヲ両面ヨリ計算シテコレヲ等シテオケバ

$$f(x) \cdot \int_0^{\infty} t \cdot e^{-rt} dt = \int_0^{\infty} e^{-rt} \cdot t \cdot T(t, 0) dt$$

トナル。

最後ノ式ニ於テ双方ノ絶對値ヲトレバ $|T|$ ニ關スル
假定ニヨリ

$$|f(x)| \leq 1$$

ヲ得ベシ。

上記ノ條件ガマタ同時ニ必要條件ヲアルコトヲ証明スル
ニハ如何ニスベキカ。

尚又 $f(z) \equiv \int_0^\infty g(t) z^t dt$ ナル積分ニ於テ z ハ
複素數、 t ハ實數トシ $g(t)$ ハ $0 \leq t \leq \infty$ ニ於テ積分可能
トシ且 $f(z)$ ハ $|z| < 1$ 、 $t \geq 0$ ニ於テ收歛シ且 $|z| < 1$ ニ
於テ $|f(z)| \leq 1$ ノルタメノ十分條件ハ

$$T(t, z) \equiv \frac{\int_0^t \left[\int_0^t g(t) z^t dt \right] dt}{\int_0^t dt} \quad \text{但シ } t \geq 0$$

ト置クトキニ $t \geq 0$ ナレスベテノ t 及ビ $|z| = 1$ ナル円
周ニ於テ $|T(t, z)| \leq 1$ ナルコトナリ。

此ノ証明ハ上記ノ様ニシテナスコトガ出來ルガ其ノ必要
條件ノ証明ハ如何ニスベキカ。

以上ハ Landau ノ函數論ノ書物ニアルーツノ定理ヲ
積分ニ直シテ考ヘタモノデアツテ自今ガズツト以前ニ考ヘタ
コトノアルモノデアル。